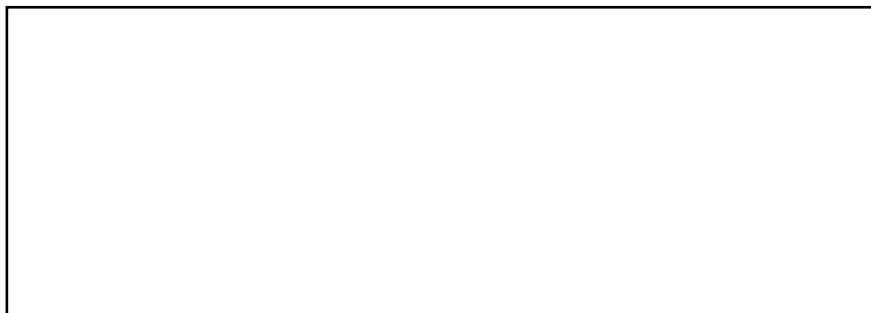


APUNTES FÍSICA II

Carlos Antonio Suarez





Dedicatoria

APUNTES FÍSICA II

de CARLOS ANTONIO SUAREZ

© CARLOS ANTONIO SUAREZ

1^{ra} Edición

Diseño, diagramación y Edición:

EDITORIAL UTOPIÁS de Jorge Navone

Ushuaia - Tierra del Fuego

www.editorialutopias.com

Todos los derechos reservados

I.S.B.N: 978-987-4079-

Impreso en Argentina

Queda hecho el depósito que marca la ley 11.723

Queda estrictamente prohibida, sin la autorización escrita del autor, bajo las sanciones establecidas por las leyes pertinentes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático.

1 - MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

Anteriormente se han estudiado los distintos tipos de movimientos, en los cuales sus trayectorias eran exclusivamente rectilíneas, a tales movimientos los denominamos “movimientos rectilíneos”, los cuales pueden ser uniformes o variados, según su velocidad se mantenga constante o bien varíe en función del tiempo.

Cuando un cuerpo rígido se pone en rotación, su movimiento se describe generalmente con respecto al eje alrededor del cual gira. El eje de rotación en alguno de los casos se encuentra dentro del cuerpo y en otras ocasiones está más allá de sus límites. Por ejemplo en las ruedas de las maquinarias, los ejes de rotación son líneas a través de los centros geométricos y perpendiculares a los planos de rotación.

Los movimientos giratorios son muy frecuentes en la naturaleza: la Luna gira alrededor de la Tierra, ésta gira sobre su eje y en torno al Sol, el Sol, con todos los planetas y satélites que forman el sistema Solar gira alrededor de la Vía Láctea. Dentro de la variedad de movimientos que podemos observar, se encuentran los **movimientos circulares**, que se caracterizan porque **la trayectoria que describe el cuerpo es una circunferencia**. Para el caso en que la velocidad sea constante y su trayectoria circular, el movimiento se denomina “**movimiento circular uniforme**”

Para este tipo de movimiento la velocidad del móvil en cada punto de su trayectoria estará representada por un vector, cuya dirección es tangente a la circunferencia y cuyo sentido es el del movimiento (**velocidad tangencial**).

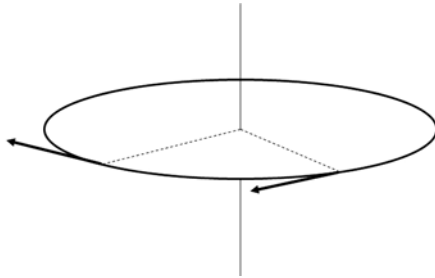


Figura 1

Ese vector en los distintos puntos tendrá siempre el mismo módulo pero diferirá en su dirección y sentido. Si bien el vector velocidad no cambia su módulo, pero si la dirección y sentido, este cambio trae como consecuencia que el móvil tenga una aceleración (que posteriormente demostraremos); la dirección y sentido de la aceleración tiene la dirección y sentido de la fuerza que lo produce.

Consideremos el caso de una piedra que gira en trayectoria circular a velocidad constante, la fuerza que aparece está representada por la acción que ejerce el hombre al hacer girar la piedra. A esta fuerza se la denomina **fuerza centrípeta** (F_{cp}); como consecuencia de la aparición de esta fuerza se tendrá una aceleración que denominaremos **aceleración centrípeta o normal**, la cual se dirige hacia el centro de rotación y es colineal con la fuerza centrípeta, tal como indica la figura

Por el principio de acción y reacción, se cumple que: a toda acción se le opone una fuerza de igual magnitud y sentido contrario que es la fuerza de reacción; en esta situación, a la fuerza que ejerce el hombre a través del hilo (F_{cp}) sobre la piedra aparecerá una fuerza que se manifiesta dejando el hilo tenso, a tal fuerza se la denomina fuerza centrífuga (F_{cf}).

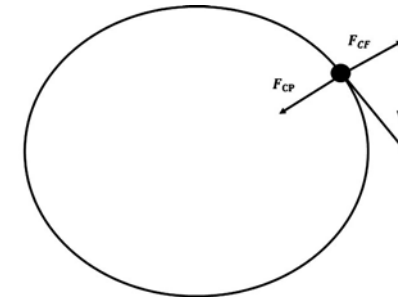


Figura 2

La acción que ejerce la fuerza centrípeta hace que el móvil tenga una trayectoria circular. Si esta fuerza desaparece, por ejemplo en el caso en que se rompa el hilo, la fuerza centrípeta deja de actuar y en tal caso sobre el cuerpo no parece ninguna fuerza, por tanto el cuerpo se verá animado de un movimiento uniforme. Bajo esta circunstancia el cuerpo sale en forma tangente a la circunferencia y en la dirección y sentido del vector velocidad.

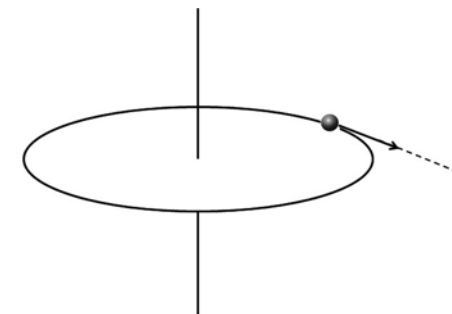


Figura 3

POSICIÓN ANGULAR Y VELOCIDAD ANGULAR

Para poder entender algunos conceptos que luego se formularán matemáticamente, podemos realizar una experiencia en donde colocamos 5 personas tomados de las manos, por ejemplo, y le pedimos que marchen y luego giren a uno de sus lados (a la derecha o a la izquierda), la persona que se encuentra más alejada respecto de la cual se gira, lo hace, aparentemente más rápido, que aquella sobre la cual se gira.

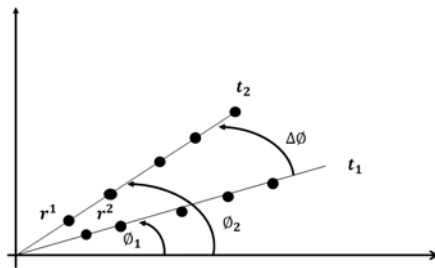


Figura 4

Supongamos que queremos describir el movimiento de algún integrante de la fila de la experiencia anterior. Podemos aprovechar que su trayectoria es circular de radio R y determinar su posición en cada instante midiendo el ángulo que forma la dirección de su vector posición con alguna dirección fija que elegimos arbitrariamente como referencia, para nuestro caso consideramos los ejes coordenados que habitualmente utilizamos. Así si, consideramos que los cuerpos se desplazan de la posición r_1 hasta la posición r_2 en un intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$, bastará con decir que se trasladó desde el

ángulo Φ_1 hasta el Φ_2 en el mismo intervalo de tiempo, sobre una circunferencia de radio R . Supongamos, ahora, que queremos describir el movimiento de otro integrante de la fila, en el mismo intervalo de tiempo. Qué podemos decir de las posiciones angulares?. También se trasladó desde Φ_1 hasta Φ_2 . Podemos preguntarnos también qué es lo que diferencia a las posiciones de los dos integrantes. Pues bien, si bien ambos se desplazaron desde Φ_1 hasta Φ_2 lo hicieron describiendo circunferencias de distinto radio. Más aún, se puede afirmar que todos giran alrededor del primero (que determina el centro de cada circunferencia) barriendo el mismo ángulo en un determinado intervalo de tiempo.

Cuando un cuerpo se mueve en una trayectoria circular, resulta muy útil definir la **velocidad angular** (ω) como el cociente entre el ángulo girado ($\Delta\Phi$) y el intervalo de tiempo (Δt)

$$\omega = \Delta\Phi / \Delta t = \Phi_2 - \Phi_1 / t_2 - t_1$$

Así en el experimento de la fila, podemos decir que todos se mantienen con la misma velocidad angular

Para formular las leyes de la mecánica que rigen este tipo de movimiento, se encuentra conveniente expresar toda rotación en radianes y no en grados. La medida de un ángulo medido en radianes, queda definida por el cociente entre la longitud de arco de circunferencia (Δd) y el radio correspondiente (R).

De acuerdo con esta definición, el ángulo de una circunferencia completa mide 2π : el arco es la circunferencia completa, cuya longitud es $d = 2\pi R$. Dividiendo el arco (Δd) por el radio R , obtenemos el valor del ángulo en radianes con resultado 2π

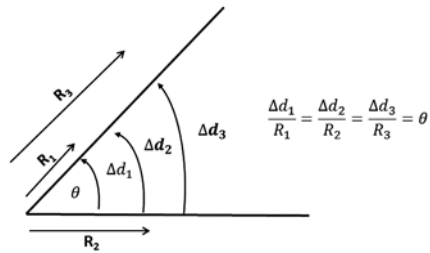


Figura 5

La velocidad angular no siempre nos da una idea de la rapidez con que un cuerpo se mueve en una circunferencia. En nuestro experimento, por ejemplo, cada integrante de la fila debía moverse con distinta rapidez para lograr girar con la misma velocidad angular que todos los demás.

Sin embargo, sabemos que estas dos magnitudes no pueden ser independientes, ya que cuanto más rápido lograban moverse sus integrantes, mayor era su velocidad angular.

Otras cosas que podemos observar de la experiencia es que: a) los integrantes se movían más rápido cuanto más alejados del centro de la circunferencia se encontraban b) si se agrega un nuevo integrante, debía moverse más rápido que el que estaba a su lado, para no retrasarse respecto del resto. Es decir que, para moverse con la misma velocidad angular que la de sus compañeros, debía aumentar su rapidez la medida que aumentaba el radio de la circunferencia.

Veamos qué relación existe entre el módulo de la velocidad lineal (rapidez) y la velocidad angular. Supongamos que un cuerpo se desplaza un ángulo $\Delta\Phi$ en un intervalo de tiempo Δt infinitamente pequeño, (lo que generará un ángulo infinitamente pequeño también). La velocidad lineal la definimos como el cociente entre el es-

pacio recorrido y el tiempo empleado en recorrer dicho espacio, de tal forma que:

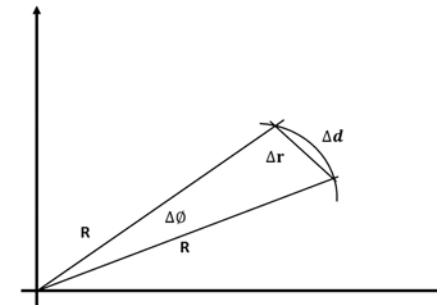


Figura 6

$$\Delta v = \Delta r / \Delta t \quad \text{y} \quad \omega = \Delta \Phi / \Delta t$$

Sí Δt es muy pequeño, la distancia Δr que corresponde a la recta secante que une estos dos puntos es prácticamente igual a la longitud de arco Δd . Por tanto podemos expresar el módulo de la velocidad lineal o tangencial (que tiene dirección tangente a la circunferencia) como:

$$v = \Delta d / \Delta t$$

La longitud de arco (en una circunferencia) se define como el producto del radio de la circunferencia por el ángulo descrito, $\Delta d = R \cdot \Delta \Phi$; en base a esto podemos reemplazar en la ecuación de la velocidad, el valor de la longitud de arco, por tanto:

$$v = R \cdot \Delta \Phi / \Delta t$$

$$v = R \cdot \omega$$

Esta última expresión relaciona la velocidad angular de un

cuerpo que se mueve en una circunferencia de radio **R**, con el módulo de la velocidad lineal o tangencial. Podemos analizar también que:

- Si se mantiene fijo el radio de la circunferencia **R**, que es la distancia que separa al cuerpo del centro de giro, v y ω son directamente proporcionales. Esto es, si se duplica la velocidad angular, la velocidad lineal también se duplica, y si la velocidad angular se reduce a la mitad por ejemplo, la velocidad tangencial también se reducirá a la mitad.
- De igual manera, para mantener una velocidad angular constante ω , v y R deben variar en forma proporcional, si aumenta la distancia al centro de la circunferencia, aumenta proporcionalmente la velocidad lineal, si esta distancia se reduce, el módulo de la velocidad se reduce en la misma proporción.

El movimiento circular más simple que estudia la cinemática es el **movimiento circular uniforme**, es decir, el movimiento de los cuerpos que describen una circunferencia con velocidad constante. Cuando queremos describir este tipo de movimiento, resulta útil conocer su **periodo** (T) que representa el tiempo que tarda el cuerpo en realizar una revolución completa.

La velocidad angular ω y el período T están relacionados de la siguiente forma: considerando que al dar una revolución completa, el ángulo barrido es 2π y el tiempo transcurrido es T , entonces de la definición de velocidad angular se deduce:

$$\omega = \Delta\Phi/\Delta t = 2\pi/T \qquad \omega = 2\pi/T$$

Asimismo, podemos definir la **frecuencia** del movimiento (f) que es el número de revoluciones que realiza el cuerpo en la unidad de tiempo. Entonces, si en un tiempo T realiza una revolución en la unidad de tiempo correspondiente realizará $1/T$ revoluciones. Por tanto:

$$f = 1/T = \omega/2\pi$$

Podemos citar como ejemplo, el movimiento de la Tierra alrededor del Sol, aunque no es circular, ni uniforme, su movimiento se repite cada vez que completa una órbita alrededor del Sol. En tal sentido resulta útil definir la frecuencia y el período

Los conceptos de frecuencia y período son aplicables a todos los procesos que se repiten después de completar un ciclo (una revolución completa), llamados **procesos periódicos**. El péndulo de los antiguos relojes, los carritos de la montaña rusa, los satélites artificiales que orbitan alrededor de la Tierra, por ejemplo, realizan movimientos periódicos.

FUERZA CENTRÍPETA Y ACELERACIÓN CENTRÍPETA

Siguiendo con el razonamiento anterior, podemos considerar la siguiente situación; cuando una piedra, por ejemplo, está dando vueltas atada al extremo de una cuerda y como consecuencia describe una trayectoria circular, existe una fuerza hacia el interior del

círculo que describe en su movimiento; esta fuerza es ejercida por la cuerda sobre la piedra, a tal fuerza se la denomina **fuerza centrípeta** por la tercera ley de Newton la piedra ejerce una fuerza de igual magnitud pero de sentido contrario a esta y actuando en la misma dirección, a tal fuerza se la denomina **fuerza centrífuga**.

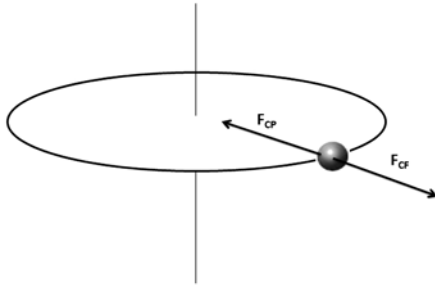


Figura 7

Puesto que la única fuerza que actúa sobre la piedra es hacia el interior del círculo, la piedra no está en equilibrio, sino que es acelerada continuamente en la dirección de la fuerza centrípeta.

Esto parece ser una **paradoja de la física** ya que si bien el cuerpo se mueve con una velocidad constante (lo que determinaría que su aceleración sea nula como en el caso del MRU), existe una aceleración hacia el centro del círculo sin que el cuerpo llegue a acercarse a él.

Sí la cuerda se rompiera súbitamente, la piedra saldría disparada en la dirección tangente al círculo, moviéndose con velocidad constante de acuerdo con la primera ley de Newton (ley de inercia). Para poder tener un cuadro más claro de la fuerza centrípeta y la aceleración que sufre el cuerpo hacia el centro cuando describe un

movimiento circular, lo podemos analizar con las siguientes situaciones:

En el esquema a) se presenta la velocidad instantánea, marcada en los puntos A y B, por ser un movimiento circular uniforme, el vector velocidad cambia de dirección y sentido, pero no en su magnitud.

El esquema Fig-8b) es un diagrama de velocidades que muestra al vector V' como una velocidad resultante entre los vectores velocidad, él tiene lugar al ir del punto A al punto B.

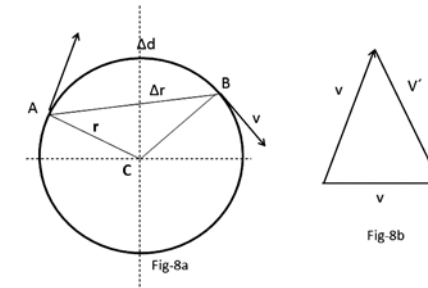


Figura 8

Por existir un cambio de velocidades (V') esta velocidad se puede determinar por medio de $V' = a \cdot t$. Por otro lado sí comparamos ambas figuras, veremos que el triángulo ABC es semejante con el triángulo de velocidades, en tal sentido se puede establecer una correspondencia de proporcionalidad entre los lados de los triángulos. Tengamos en cuenta que la distancia Δr y Δd (longitud de arco) son prácticamente iguales, dado que el ángulo $\Delta \Phi$ es muy pequeño. En tal sentido la relación de triángulos que podemos armar será:

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{V'}{V}$$

Puesto que la velocidad V' es variable y se debe a una aceleración, podemos reemplazar al vector V' por su equivalente $\mathbf{a} \cdot t$. Durante el tiempo t el cuerpo se mueve desde el punto A hacia el punto B, para ángulos pequeños la distancia medida a lo largo del arco AB es aproximadamente igual a la recta que une los puntos A y B (Δr). Con esta consideración y teniendo en cuenta que el vector velocidad es constante en su módulo, podemos decir que $\Delta r = \mathbf{V} \cdot t$. A continuación todas las consideraciones anteriores las reemplazamos en la relación establecida anteriormente

$$\frac{v \cdot t}{r} = \frac{a \cdot t}{V} \quad \text{despejamos } a \rightarrow a = \frac{V^2}{r}$$

La última expresión nos da la aceleración centrípeta. Cuando el ángulo se hace más y más pequeño, la distancia entre los puntos AB es más cercana a la distancia de la cuerda, mientras que el cambio el vector V' , el cual produce la aceleración, se acerca más a la perpendicular de V (velocidad tangencial). En el límite, cuando el ángulo tienda a cero, la ecuación será verdadera y por tanto el vector velocidad será perpendicular con el vector de aceleración centrípeta.

Como definimos anteriormente, la velocidad tangencial o lineal está relacionada con la velocidad angular $\mathbf{V} = \omega \cdot r$, esta ecuación la podemos reemplazar en la expresión de aceleración y tendremos:

$$a = \frac{V^2}{r} = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{r} = \omega \cdot r$$

La fuerza centrípeta es definida como la fuerza constante que actuando continuamente a ángulo recto con el movimiento de un cuerpo, hace que esta se mueva en un círculo con rapidez constante. Por la segunda ley de Newton $\mathbf{F} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{a}$ podemos determinar la fuerza centrípeta.

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{V^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

La Tierra: Aun cuando se dice que la Tierra es esférica; realmente resulta ser un esferoide, esto es, una esfera ligeramente achatada en los polos.

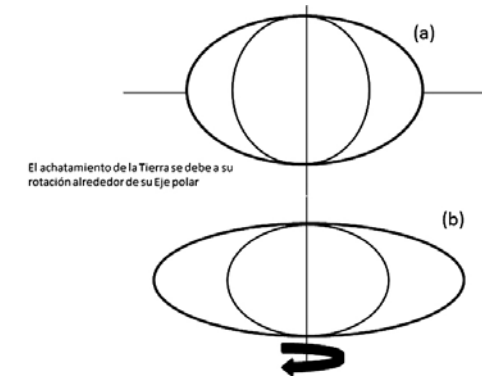


Figura 9

Las mediciones más cuidadosas demuestran que el diámetro de la Tierra es unos 50 km más largo en el ecuador que en los polos.

Una de las causas de ese aplastamiento en los polos, está ilustrado en la figura, donde se simula con dos tiras circulares. El esquema (a) muestra a las tiras formando una esfera perfecta, para este caso el vástago que las contiene no se encuentra en movimiento; en el esquema (b) se observa que una vez puesto en movimiento el conjunto las tiras se acercan por el centro y se estiran por el ecuador. Este simple ejemplo muestra en parte, que el aplastamiento que experimenta la Tierra en los polos se debe a la rápida rotación que la Tierra tiene sobre su eje al completar una vuelta completa en 24 horas. Por otro lado este efecto se ve acentuado por el enorme tamaño de la Tierra y su carencia de rigidez en el centro de la misma; este hecho hace que la Tierra se comporte como si fuera suave y semiplástica, produciendo que el magma del interior de la Tierra se concentre en los polos.

El barro o el agua se adhieren a las llantas de un automóvil hasta que la rapidez de giro del neumático por ejemplo, los arranca por la tangente a la circunferencia que describe. Tal como se muestra en la figura, para que el barro no pueda permanecer adherido a los neumáticos, la fuerza centrípeta no debe ser mayor a la fuerza de adhesión existente entre el barro y el neumático.

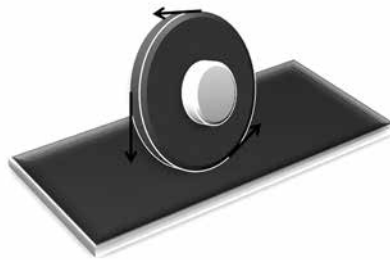


Figura 10

Otro ejemplo es el caso en donde una pelota rueda cuesta abajo por un carril y describe un rizo (**círculo vertical**). La pelota estará aun en la cima del rizo, si la fuerza centrípeta requerida es igual o mayor que la fuerza hacia abajo producida por la gravedad.

Este significa que si la pelota quiere describir un círculo vertical (rizo), deberá obtener una velocidad crítica, la cual permite que la pelota no caiga en el momento que se encuentra en la parte superior del círculo.

Este comportamiento puede ser aplicado en forma similar al giro de un cubo de agua. Que describe círculos completos arriba y debajo de la cabeza, con un radio igual a la longitud del brazo, sin que se derrame el agua. Para que esto suceda, de hecho, se debe por encontrar la velocidad crítica que el cuerpo debe adquirir para que este no caiga. En tal sentido se debe cumplir que la fuerza centrípeta se igual a la fuerza peso, y de esta forma obtenemos la velocidad crítica.

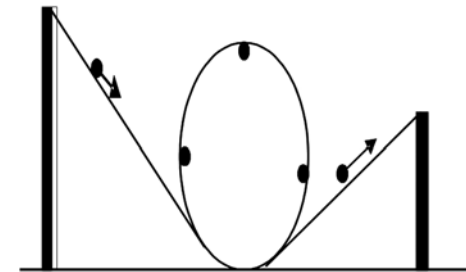


Figura 11

$$F_{CP} = P$$

$$m \cdot \frac{V^2}{R} = m \cdot g \quad \therefore \quad V = \sqrt{R \cdot g}$$

V (velocidad crítica)

Cuando una roca u objeto sólido, por ejemplo, da vueltas en el extremo de una cuerda, describiendo círculos verticales, la fuerza actúa en todo momento hacia abajo; por tanto, si se quiere calcular la fuerza total a la cual el cuerpo es sometido tanto en la base del mismo como en el punto más alto, debemos proceder realizando la suma de la fuerza peso y la fuerza centrípeta en la base del círculo, y si queremos calcula la fuerza total en la parte más alta, debemos realizar la resta de la fuerza peso a la fuerza centrípeta.

En el punto más bajo del círculo $F_t = P + F_{cp}$

En el punto más alto del círculo $F_t = P - F_{cp}$

EL ROTOR

En muchos parques de diversiones encontramos un aparato llamado rotor. Este es un cuarto cilíndrico y hueco que puede ponerse en rotación alrededor del eje vertical central de dicho cilindro. Una persona entra en el rotor, cierra la puerta y se queda de pie apoyado sobre la pared; el rotor aumenta gradualmente su velocidad a partir del reposo, hasta llegar a una velocidad permitida en la cual el piso que está debajo de la persona se abre hacia abajo dejando ver un profundo abismo.

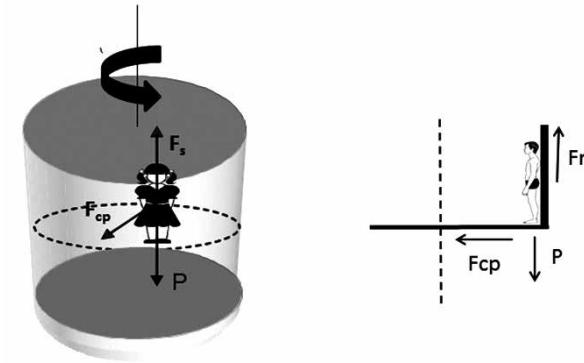


Figura 12

La persona no cae, sino que permanece **clavada** contra la pared del rotor. Las preguntas que nos podemos hacer respecto a este rotor son: -Qué velocidad se le debe dar al rotor para que este no caiga? -Qué coeficiente de fricción debe existir entre la pared del rotor y la persona para que esta no caiga? - Qué velocidad angular debe adquirir el rotor para que la persona no caiga.

Nuestro análisis se ha de centrar en poder determinar cuál ha de ser la velocidad necesaria para que la persona no caiga y a partir de dicha ecuación poder determinar el resto de los parámetros

Las fuerzas que actúan sobre la persona son: **-P** en este caso representa al peso de la persona, **-F_s** la cual representa la fuerza de rozamiento estática entre la persona y la pared del rotor, **-F_{cp}** es la fuerza centrípeta ejercida por la pared sobre la persona para que se mueva en un círculo. Sea **R** el radio del rotor y **V** la velocidad que han de alcanzar tanto el rotor como la persona; debemos ver que para mantener el sistema en equilibrio, esto es, que la persona no caiga al vacío, la fuerza de rozamiento y la fuerza peso deben ser iguales. Esto nos conduce al siguiente razonamiento.

$$F_s - P = 0 \quad \text{por tanto} \quad F_s = P \quad (1)$$

Si $F_s = \mu \cdot N$ para este caso fuerza normal es igual a fuerza centrípeta

$$F_s = \mu \cdot F_{CP}$$

$$\text{Si} \quad F_{CP} = m \cdot \frac{V^2}{R}$$

$$\text{resulta que} \quad F_s = \mu \cdot m \cdot \frac{V^2}{R}$$

teniendo en cuenta la ecuación (1)

$$\mu \cdot m \cdot \frac{V^2}{R} = m \cdot g \quad \text{despejando la velocidad de esta ecuación}$$

$$V^2 = \frac{R \cdot g}{\mu} \quad (\text{velocidad lineal})$$

si queremos obtener la relación con la velocidad angular

$$\omega = \frac{V}{R} \quad \text{elevando miembro a miembro al cuadrado}$$

$$\omega^2 = \frac{V^2}{R^2} \quad \text{reemplazando el valor de la velocidad}$$

$$\omega^2 = \frac{R \cdot g}{\mu \cdot R^2} \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{g}{\mu \cdot R}$$

Como conclusión tenemos que tanto la velocidad lineal o la velocidad angular son las velocidades necesarias y suficientes que debe adquirir el rotor para que la persona no caiga, y de esta forma se mantenga firme a la pared del rotor. De estas ecuaciones se puede despejar también otros parámetros como por ejemplo el coeficiente de rozamiento y el radio de giro que se debe tener para lograr una cierta velocidad, ya sea tangencial o angular

NUESTRA FUERZA CENTRÍPETA

Si haces girar una lata atada al extremo de una cuerda, te percataras de que es necesario tirar constantemente de la cuerda hacia adentro para que la lata continúe girando sobre tu cabeza, describiendo una trayectoria circular. Todo movimiento circular requiere de una fuerza de alguna especie; cualquier fuerza que obligue a un cuerpo a describir una trayectoria circular se llama fuerza centrípeta. Centrípeta significa **“que busca el centro” o “dirigida hacia el centro”**.

La fuerza centrípeta no es un nuevo tipo de fuerza; es simplemente el nombre que se le da a toda fuerza dirigida en ángulo recto a la trayectoria de un objeto en movimiento y que tiende a producir una trayectoria circular. Las fuerzas gravitacionales y las eléctricas actúan a través del espacio vacío como fuerzas centrípetas. La fuerza gravitacional dirigida hacia el centro de la Tierra mantiene la Luna en una órbita casi circular alrededor de nuestro planeta

Cuando un automóvil vira en una esquina o bien toma una curva en la carretera, la fricción lateral entre los neumáticos y el pavimento suministra la fuerza centrípeta que mantiene al auto en una trayectoria curva. Si la fuerza de fricción no tiene magnitud suficiente, el auto no puede virar correctamente, por lo que, los neumáticos resbalan lateralmente y el auto patina.

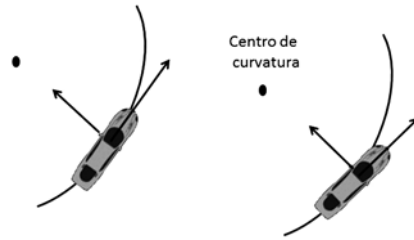


Figura 13

La fuerza centrípeta desempeña la función principal en la operación de **una centrifugadora**. Un ejemplo muy conocido es la tina giratoria de un lavarropas automático (secarropas). La tina gira con rapidez durante el ciclo de centrifugado. La pared interior de la tina ejerce una fuerza centrípeta sobre la ropa mojada, que se mueve en una trayectoria circular. La tina ejerce una gran fuerza sobre la ropa, pero los orificios de que esta provista impide que la tina ejerza la misma fuerza sobre el agua de las prendas. Por tanto el agua escapa por los orificios. Es importante advertir que se ejerce una fuerza sobre la ropa, no sobre el agua. La causa de que el agua escape no es una fuerza. El agua sale por que tiende a moverse en línea recta por inercia (primera ley de Newton) a menos que sufra la acción de una fuerza centrípeta o cualquier otro tipo de fuerza. De esta forma, lo interesante es que son las prendas las que se ven forzadas a alejarse del agua y no al contrario.

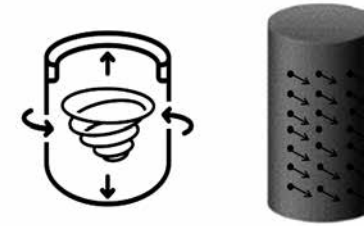


Figura 14

EL PERALTE

El bloque de la figura 15-a representa a un automóvil o un vagón de ferrocarril que se mueve con una velocidad constante v sobre **una vía a nivel** sobre una curva de radio de curvatura R además de las dos fuerzas verticales, es decir, la fuerza de gravedad (fuerza peso) P y una fuerza normal N sobre el vehículo actúa una fuerza horizontal centrípeta F_{cp} . En el caso del automóvil, esta fuerza centrípeta está representada por una fuerza de fricción lateral ejercida sobre las ruedas por el piso. En el caso del vagón de ferrocarril la fuerza centrípeta la proporciona los rieles al ejercer una fuerza lateral sobre los bordes interiores de las ruedas del vagón. F_{cp}



Figura 15

No se puede confiar en que las fuerzas laterales sean lo suficientemente grandes como para dar seguridad en toda ocasión, y además en ambos casos se produce un desgaste innecesario. Por esta razón la vía se **peralta en las curvas**, tal como se muestra en la figura 15-b. En este caso, la fuerza normal N tiene, además de una componente vertical una componente horizontal que es la que proporciona la fuerza centrípeta necesaria para producir un movimiento circular uniforme. Por tanto, si la vía está *apropiadamente peraltada* ya no se requieren de otras fuerzas laterales adicionales.

El ángulo correcto de peralte θ puede obtenerse de la siguiente forma: en el eje vertical no hay aceleración, por tanto el valor de la normal será igual al peso (en cuanto a su magnitud)

El razonamiento que debemos seguir para encontrar la ecuación de peralte, es considerando a la inclinación que tiene la carretera como un plano inclinado, y de esta forma realizar la correspondiente descomposición de las fuerzas.

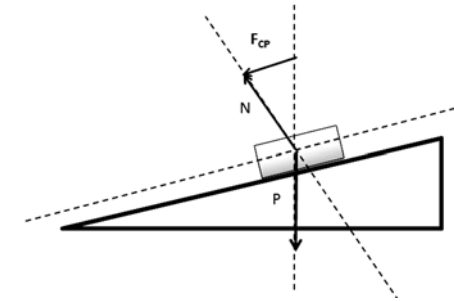


Figura 16

$$N \cdot \cos \theta = P$$

$$F_{cp} = N \cdot \sin \theta = m \cdot \frac{V^2}{R}$$

dividimos la última expresión con la primera, teniendo en cuenta $P = m \cdot g$

$$\frac{N \cdot \sin \theta}{N \cdot \cos \theta} = \frac{m \cdot \frac{V^2}{R}}{m \cdot g} \quad \therefore \quad \tan \theta = \frac{V^2}{R \cdot g} \quad (\text{ecuación de peralte})$$

LAS MÁQUINAS ULTRACENTRIFUGADORAS

Las máquinas centrifugadoras prestan servicio a la humanidad desde hace más de 100 años. En 1926, el químico y físico sueco Theodor Svedberg recibió el Premio Nobel por haber inventado, y utilizado, una máquina de ultracentrifugado que al girar a altas velocidades, permitía separar los componentes de una muestra química, de esta manera pudo establecer la estructura molecular de las proteínas.

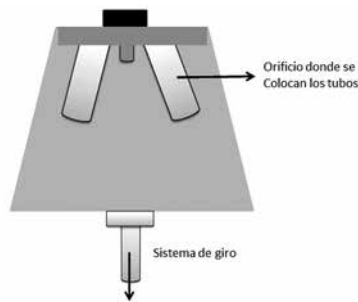


Figura 17

Años más tarde la máquina de Svedberg fue utilizada para concentrar y purificar virus, y determinar sus características físicas y químicas.

El proceso de centrifugado se utiliza en la actualidad para separar líquidos de distinta densidad o para separar partículas sólidas que se encuentran dentro de un líquido. La sangre por ejemplo, está compuesta por células, glóbulos rojos y blancos y plaquetas contenidas en el líquido amarillento llamado plasma. Al poner un tubo de ensayo con sangre en una centrifugadora, las células migran hacia la base del tubo y se agrupan según su densidad.

Las centrifugadoras modernas son tubos largos y estrechos que giran a gran velocidad angular. Alcanzan frecuencias de 100.000 revoluciones por cada segundo y logran aceleraciones centrípetas espectaculares, del orden de las 300.000 veces la aceleración de la gravedad. El único límite lo establece la resistencia del material con el que está construido el aparato.

GUÍA PRÁCTICA

Responde las siguientes preguntas

- 1) Cuando hacemos girar una lata sujeta al extremo de una cuerda en una trayectoria circular. ¿Qué dirección tiene la fuerza que se ejerce sobre la lata?
- 2) En qué sentido se ejerce la fuerza que actúa sobre las prendas durante el ciclo de centrifugado de una lavadora automática?
- 3) Cuando una auto vira. ¿Los cinturones de seguridad suministran una fuerza centrípeta o centrífuga a los ocupantes del auto?
- 4) Marte está aproximadamente dos veces más lejos del Sol que Venus. En un año marciano, que es el tiempo que tarda Marte en dar una vuelta alrededor del Sol; es unas tres veces más largo que el año Venusiano.
 - a. ¿Cuál de estos dos planetas tiene una rapidez de rotación mayor en su órbita.
 - b. ¿Cuál de ellos tiene una rapidez lineal mayor.
- 5) Determina cuál de las siguientes afirmaciones son verdaderas, justifica tu respuesta.
 - a. Todos los puntos de un disco que gira con un movimiento circular uniforme. ¿Tienen la misma velocidad angular?
 - b. Todos los puntos de un disco que gira con un movimiento circular uniforme. ¿Tienen la misma velocidad lineal?
 - c. Un cuerpo que se mueve con movimiento circular uniforme tiene aceleración nula.
 - d. La velocidad que adquiere un cuerpo que realiza un

movimiento circular uniforme, es perpendicular al radio de la circunferencia que describe.

6) Analiza y responde

- a. Un automóvil toma una curva. Giran todas sus puertas con la misma velocidad lineal?. Por qué?
- b. Por qué en la prueba de atletismo de los 400 metros llanos, los corredores no se colocan todos en la misma línea de la pista, sino que los hacen uno detrás de otro

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

- 1) Un cuerpo de 1 Kgf se hace girar a 90 RPM atado al extremo de una cuerda de 1,5 metros de longitud, (se describe una circulo horizontal), encontrar la tensión de la cuerda
- 2) Sabiendo que el diámetro terrestre es de 12.750 Km y que la Tierra realiza una rotación completa cada 24 horas, aproximadamente, calcular: a) la aceleración centrípeta de un cuerpo ubicado sobre el ecuador b) hacia donde se dirige esta aceleración c) que velocidad tangencial tiene
- 3) Sabiendo que la distancia Tierra-Sol ronda los 150 millones de kilómetros y que la Tierra realiza una revolución completa cada 365 días, aproximadamente, calcular: a) que aceleración centrípeta tiene la Tierra debido a este movimiento b) estimar la rapidez (velocidad tangencial) con que la Tierra avanza por

la órbita c) comparar los valores obtenidos para la aceleración del problema anterior con este, a que conclusiones llega.

- 4) Un niño se para en el borde de una calesita y observa que pasa frente a la sortija cada 10 segundos. Suponiendo que la distancia al centro de la calesita es de 5 metros.
 - a) cuál es la velocidad angular con que gira la calesita.
 - b) cuál es la rapidez con que se desplaza el niño respecto al centro.
 - c) cuánto vale la aceleración del niño.
 - d) cuántas posibilidades tiene el niño de conseguir la sortija, si la calesita gira durante 2 minutos.
 - e) Suponte, que el niño repentinamente se suelta de la calesita, ¿hacia donde cae?
- 5) Una locomotora de 45 toneladas de peso, está viajando a 60 millas/h. Encontrar la fuerza centrífuga ejercida por las ruedas sobre los rieles, cuando está dando vuelta a una curva de 900 pies de radio.
- 6) Un punto material describe con movimiento circular uniforme, una circunferencia de 1,5 metros de radio a una velocidad tangencial de 8 m/s. Calcular la velocidad angular y el período de revolución
- 7) Un piloto de 100 Kgf de peso está volando a 720 Km/h cuando sale de un picado y continua para describir un circulo vertical a) cuál es el radio mínimo permitido si su aceleración centrípeta no debe superar 6 veces la aceleración de la gravedad b) cuál es la fuerza total que soporta el piloto cuando está en el punto más bajo y más alto de la circunferencia
- 8)Cuál es la velocidad más alta a la que un auto puede tomar

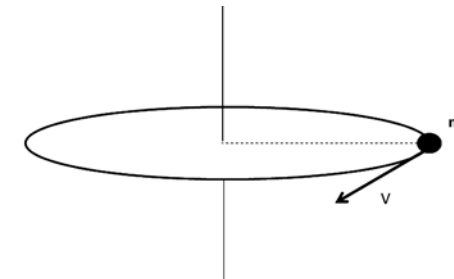
sin volcar una curva de 75 metros de radio. Considerar que la curva de la carretera esta nivelada y que el coeficiente de fricción entre los neumáticos y el pavimento es 0,7.

- 9) Una pesa de plomo de 2,5 Kgf, atada al extremo de un alambre de 2,4 m de longitud, gira en un círculo a 90 RPM. Encontrar a) la velocidad tangencial b) el ángulo que gira al transcurrir 5 segundos c) la aceleración hacia el centro d) la fuerza centrípeta.
- 10) Una piedra de 500 gramos da vueltas a 60 RPM en un círculo atada al extremo de una cuerda de 60 cm de longitud. Si el plano del círculo es vertical. Cuál es la tensión de la cuerda a) en el punto más alto y b) en el punto más bajo del círculo.
- 11) Un auto de 1500 Kgf y que viaja a 120 Km/h toma una curva de 150 m de radio. Cuál debe ser el ángulo de peralte de la carretera para que no haya tendencia a volcar.
- 12) Una curva de carretera tiene un radio de giro de 183 m y un peralte de 13° , a qué velocidad puede tomar dicha curva el auto sin volcar.
- 13) Un cuerpo pequeño está colocado sobre un disco horizontal que gira alrededor de un eje vertical a 22,3 cm de este. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el disco es de 0,66 determina la velocidad angular máxima que puede alcanzar el disco sin que el cuerpo resbale.
- 14) Una persona entra al Rotor de un parque de diversiones de 2 m de radio, si el coeficiente de fricción entre la pared del rotor y la persona es de 0,4. Determina cual ha de ser la velocidad tangencial que debe alcanzar el rotor para que la persona no caiga al vacío.

RESOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS

1) Resolución

$P = 1\text{Kgf}$ $\omega = 90\text{ RPM}$; $R = 1,5\text{ m}$; $F = ?$ círculo horizontal



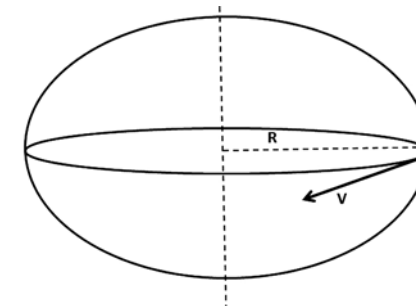
$$90\text{ RPM} \cdot \frac{2\pi}{60} = 9,425\text{ 1/s}$$

$$\text{Si } F = m \cdot a \text{ y } a = \omega^2 \cdot R \rightarrow a = (9,425)^2 \cdot 1,5\text{ m} = 133,24\text{ m/s}^2$$

$$F = \frac{P}{g} \cdot \omega^2 \cdot R = \frac{1\text{Kgf}}{9,8\text{ m/s}^2} \cdot (9,425)^2 \cdot 1,5\text{ m} = 13,59\text{ Kgf}$$

2) Resolución

$d = 12750\text{ Km}$; $T = 24\text{ hs} = 86400\text{ s}$; a) $a = ?$; b) dirección y sentido de a
c) $v = ?$



La Tierra en 24 hs completa un giro completo, lo que equivale a decir que describe un ángulo de 2π . El radio terrestre es de 6375 Km

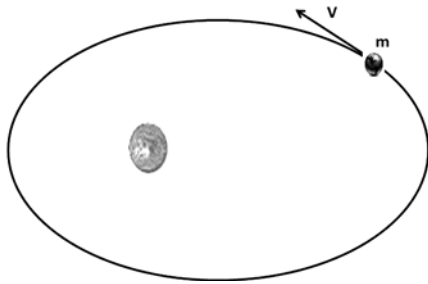
$$\text{Si } \omega = \frac{\theta}{T} = \frac{2\pi}{86400s} = 7,2722 \times 10^{-6} s^{-1}$$

$$V = R \cdot \omega = 7,2722 \times 10^{-6} s^{-1} \cdot 6,375 \times 10^6 m = 436,6 m/s = 1668,976 Km/h$$

$$a = \frac{V^2}{R} = \frac{(436,6)^2 m^2/s^2}{6,375 \times 10^6 m} = 0,0299 m/s^2$$

3) resolución datos:

$$R = 150000000 Km; T = 365 \text{ días} = 31536000 s$$



a) por definición $\omega = \frac{\theta}{T} = \frac{2\pi}{31536000s} = 2 \times 10^{-7} s^{-1}$

$$a = \omega^2 \cdot R = (2 \times 10^{-7})^2 \cdot 1,5 \times 10^{11} = 29885,774 m/s^2$$

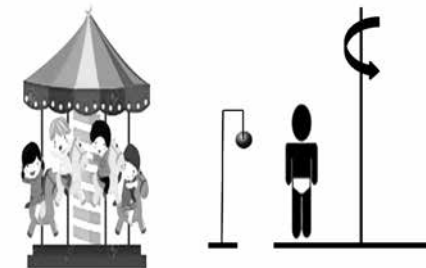
b) $v = \omega \cdot R = 2 \times 10^{-7} s^{-1} \cdot 1,5 \times 10^{11} m = 30000 m/s = 30 Km/s$

c) Conclusiones: la aceleración de una persona ubicada sobre el ecuador es de $0,0299 m/s^2$. la aceleración de la Tierra alrededor del Sol es de $29885,774 m/s^2$. Si dividimos la aceleración que sufre la Tierra al girar alrededor del Sol con respecto a una persona ubicada sobre el Ecuador.

$$\frac{\text{aceleración Tierra}}{\text{aceleración en el Ecuador}} = 999524,21 \approx 100000 \text{ veces más grande}$$

Sí tenemos en cuenta que la aceleración de la gravedad sobre la superficie de la Tierra es de $9,8 m/s^2$ (como valor medio aceptado). Podemos decir que la aceleración es de 10^5 veces más grande.

4) Resolución



a) Si el período

$$t = 10 s \Rightarrow \theta = 2\pi \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} = 0,62831/s$$

b) Su velocidad lineal o tangencial ha de ser

$$V = \omega \cdot R = 0,62831/s \cdot 5m = 3,1416 m/s = 11,3 km/h$$

c) La aceleración hacia el centro ha de ser:

$$a = \omega^2 \cdot R = (0,6283)^2 \cdot 5m = 1,974 m/s^2$$

d) Sí cada 10 segundos el niño ve la sortija, en un tiempo de 2 minutos (120 seg); el niño tendrá la posibilidad de ver la sortija 12 veces.

e) Sí se suelta de la calesita, el niño ha de salir en la dirección

tangente al círculo que describe, con la misma velocidad que gira la calesita.

5) $P = 45 \text{ tm} = 45000 \text{ kgf}$; $v = 60 \text{ millas/h}$; $R = 900 \text{ pies}$; $F=?$

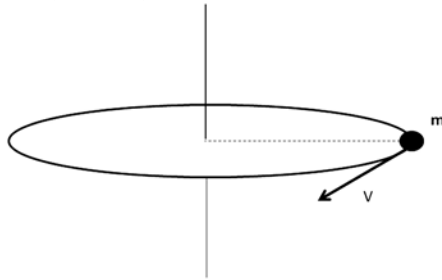
$$1 \text{ milla} = 1612 \text{ m}; 1 \text{ pie} = 0,3048 \text{ m}$$

$$v = 96720 \text{ m/h} = 26,86 \text{ m/s} = 96,7 \text{ km/h}$$

$$R = 274,32 \text{ m}$$

$$F = m.a = \frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{45000 \text{ kgf}}{9,8 \text{ m/s}^2} \cdot \frac{(26,86)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{274,32 \text{ m}} = 12076,5 \text{ kgf}$$

6) $R = 1,5 \text{ m}$; $v = 8 \text{ m/s}$; $\omega = ?$; $T = ?$

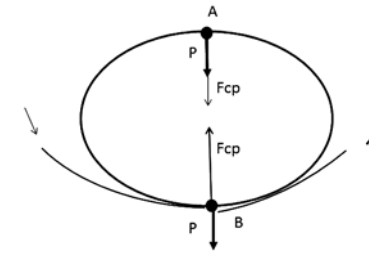


$$\text{Si } v = \omega.R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{8 \text{ m/s}}{1,5 \text{ m}} = 5,331 / \text{s}$$

Si en un período T el cuerpo describe un ángulo de 2π . Por definición es;

$$\omega = \frac{\theta}{T} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5,33} = 1,178 \text{ s}$$

7) $P = 100 \text{ Kgf}$; $v = 720 \text{ km/h}$; $a = 6g$; $R = ?$



Como el piloto debe realizar un círculo vertical, este no debe superar la aceleración de $6g$. por tanto sí

$$a = \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{v^2}{a} = \frac{(200)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{6g} = 680,27 \text{ m}$$

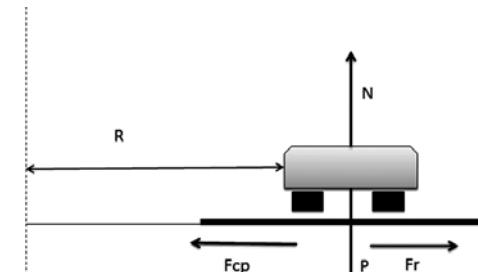
Este es el valor del radio mínimo que debe hacer el piloto para poder describir un círculo vertical. Los puntos críticos son el punto más bajo y el punto más alto respectivamente

En el punto A la fuerza total que soporta el piloto

$$F_T = F_{CP} - P \text{ como } F_{CP} = m.a = \frac{P}{g} \cdot 6g = 600 \text{ kgf} \text{ luego } F_T = 500 \text{ kgf}$$

En el punto B será: $F_T = F_{CP} + P = 600 \text{ kgf} + 100 \text{ kgf}$

8) $R = 75 \text{ m}$; $\mu = 0,7$



Para que el auto no vuelque al tomar la carretera, debe cumplirse que $F_{cp} = F_r$ (condición mínima).

$$F_{CP} = F_r$$

$$m.a = \mu.N \quad (\text{como } N = P)$$

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = \mu.P$$

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = \mu.m.g \Rightarrow \frac{v^2}{R} = \mu.g \Rightarrow v^2 = R.\mu.g \Rightarrow v = \sqrt{R.\mu.g}$$

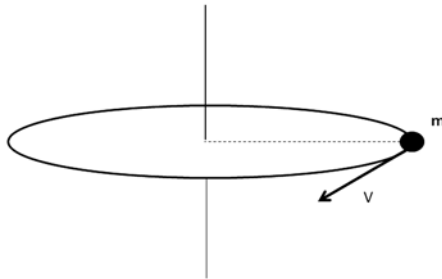
$$v = 22,626 \text{ m/s} = 81,65 \text{ km/h}$$

Esta es la velocidad necesaria y suficiente que debe tomar el vehículo la curva para no volcar.

9) Resolución

$$P = 2,5 \text{ kgf}; R = 2,4 \text{ m}; \omega = 90 \text{ RPM};$$

$$V = ?; \theta = ?; a = ?; F = ?$$



$$\omega = 90 \text{ RPM} = 90 \cdot \frac{2\pi}{60} = 9,42471 / \text{s}$$

$$V = \omega.R = 9,42471 / \text{s} \cdot 2,4 \text{ m} = 22,62 \text{ m/s}$$

$$\text{por definición } \omega = \frac{\theta}{T} \Rightarrow T = \frac{\theta}{\omega} = \frac{2\pi}{9,4247} = 0,666 \text{ s}$$

por tanto en 5 segundos se giran $47,123 \text{ rad} = 15\pi$; luego

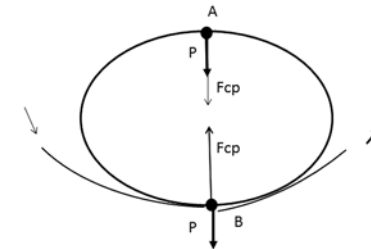
$$2\pi \rightarrow 360^\circ$$

$$15\pi \rightarrow x = 2700^\circ \quad (\text{equivale a } 7,5 \text{ giros})$$

$$F = m.a = \frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{2,5 \text{ kgf}}{9,8 \text{ m/s}^2} \cdot \frac{(22,62)^2 \text{ m}^2 / \text{s}^2}{2,4 \text{ m}} = 54,4 \text{ kgf}$$

10) Resolución

$$m = 500 \text{ g}; \omega = 60 \text{ RRPM}; R = 60 \text{ cm}; \text{circulo vertical}$$



$$F_{CP} = m.a = m.\omega^2.R = 0,5 \text{ kg} \cdot (6,28)^2 / \text{s}^2 \cdot 0,6 \text{ m} = 11,843 \text{ N}$$

$$\text{en el punto A } F_T = F_{CP} - P = 11,842 \text{ N} - m.g = 11,843 \text{ N} - 0,5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 6,943 \text{ N}$$

$$\text{en el punto B } F_T = F_{CP} + P = 11,843 \text{ N} + 4,5 \text{ N} = 16,343 \text{ N}$$

11) Resolución

$$P = 1500 \text{ kgf}; V = 120 \text{ km/h} = 33,33 \text{ m/s}; R = 150 \text{ m}$$

$$\tan \alpha = \frac{v^2}{R.g} = \frac{(33,33)^2 \text{ m}^2 / \text{s}^2}{150 \text{ m} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$